



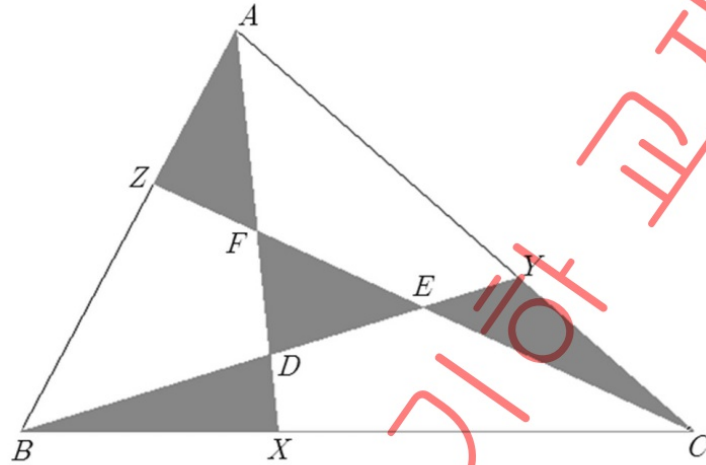
영재입시 U Prep.

영재학교 대비 실전문제

- 수학 샘플 -

기하, 조합, 정수, 대수

[17~18] 아래 그림과 같이 삼각형 ABC 에 대해 선분 BC , CA , AB 위의 양 끝점이 아닌 점 X , Y , Z 를 선택하자. 선분 AX 와 BY 와의 교점을 D , BY 와 선분 CZ 와의 교점을 E , 선분 CZ 와 AX 와의 교점을 F 라 하고 삼각형 DEF , AZF , BXD , CYE 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 , S_4 , 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 하자. 사각형 $CEDX$, $AFEY$, $BDFZ$ 의 넓이를 각각 T_1 , T_2 , T_3 라 할 때 다음 물음에 답하시오.

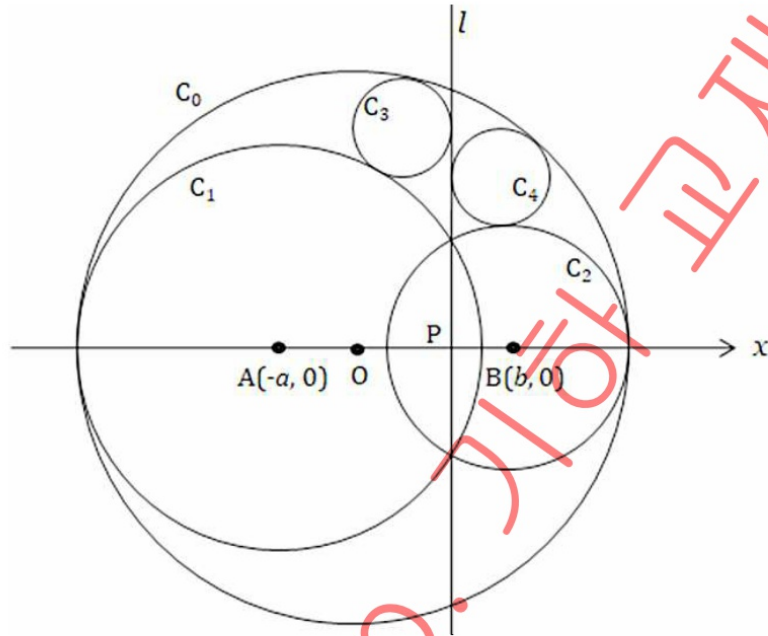


17. 다음 중에서 옳은 것은 ‘참’, 옳지 않은 것은 ‘거짓’으로 각각 표시를 하고, 그 이유를 각각 서술하시오.

- ① $BX:XC = CY:YA = AZ:ZB = 1:2$ 일 때, $S_1 = \frac{1}{6}S$ 가 성립한다.
- ② 점 $F(\neq D, E)$ 가 삼각형 ABC 의 무게중심이고 $S_1 = S_3$ 일 때, $T_3 = 6S_1$ 이다.
- ③ 점 X , Y , Z 에서 각각 선분 AB , BC , CA 에 대해 평행인 직선 l , m , n 을 그었더니 한 점 P 에서 만난다면, $S_1 = S_2 + S_3 + S_4$ 가 성립한다.
- ④ $\frac{BX}{XC} = \frac{CY}{YA} = \frac{AZ}{ZB}$ 가 성립할 때, 선분 AX , BY , CZ 중 임의의 두 선분의 길이의 합은 다른 한 선분의 길이보다 항상 크다.
- ⑤ 삼각형 DEF , AZF , BXD , CYE 와 사각형 $CEDX$, $AFEY$, $BDFZ$ 을 서로 다른 4가지 색을 사용해서 선분으로 이웃한 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 방법의 수는 240이다. (단, 4가지 색을 모두 사용할 필요는 없다.)



[36~38] 두 양의 실수 a, b 에 대하여 그림과 같이 좌표평면 위에 원의 중심이 $A(-a, 0), B(b, 0)$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 반지름이 r 인 원 C_0 의 중심이 원점 O 에 있고 C_1, C_2 에 외접한다. C_1, C_2 의 교점을 지나 는 직선을 l 이라 하자. C_0 와 C_1 , 직선 l 에 접하고 있는 원을 C_3 라 하고, C_0 와 C_2 , 직선 l 에 접하고 있는 원을 C_4 라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



36. $a=5, b=3$ 이고, C_1 과 C_2 가 한 점에서 만날 때, 즉 외접할 때, C_3 과 C_4 의 반지름을 각각 구하시오.

46. 주어진 원에 대해 원 주위에 점들을 표시해 보며 다양한 상황에 대한 가설을 세워보려고 한다. 다음 중에서 옳은 것은 ‘참’, 옳지 않은 것은 ‘거짓’으로 각각 나타내고, 그 이유를 각각 서술하시오.

① 원 주위에 세 점이 A, B, C 의 순서로 주어져 있다.

삼각형 ABC 내부의 점 P 에 대해 $\angle APB = \angle C + 60^\circ$, $\angle BPC = \angle A + 60^\circ$, $\angle CPA = \angle B + 60^\circ$ 이 성립할 때, 직선 AP, BP, CP 와 주어진 원과의 교점을 각각 $D(\neq A), E(\neq B), F(\neq C)$ 라 하면 삼각형 DEF 는 ABC 와 항상 닮음이다.

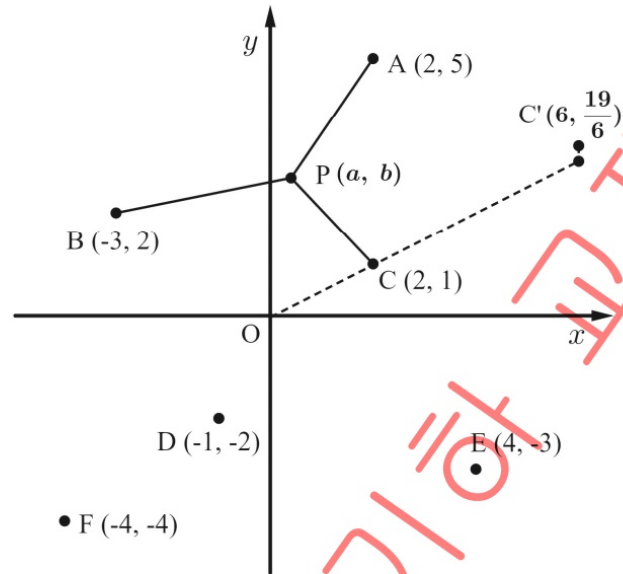
② 원 주위에 네 점이 A, B, C, D 의 순서로 주어져 있다.

점 M 이 호 AB 의 중점이고 현 MC, MD 와 AB 와의 교점을 각각 E, F 라 하면 사각형 $FECD$ 는 항상 원에 내접한다.

③ 원 주위에 다섯 개의 점이 A, B, C, D, E 의 순서로 주어져 있다. 점 B 가 호 AC 의 중점일 때, 현 AC 와 현 BE, BD 와의 교점을 각각 X, Y 라 하면 사각형 $XYDE$ 는 항상 원에 내접한다.

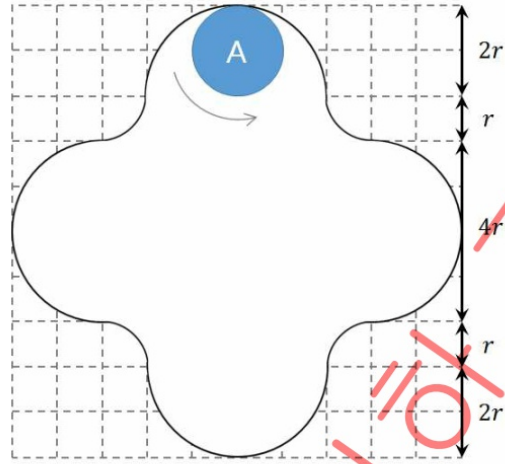


[73~74] 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 서로 다른 점 A~F가 있다. A(2, 5), B(-3, 2), C(2, 1), D(-1, -2), E(4, -3), F(-4, -4)가 있다. 다음 물음에 답하시오.

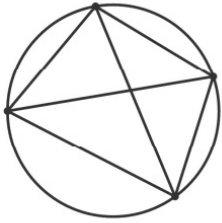


73. $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한 점 P(a, b)를 구하시오.

80. 반지름의 길이가 r 인 동전 A가 화살표 방향으로 회전하여 그림과 같은 경로를 따라 굴러간다. 경로를 따라 처음의 위치로 돌아왔을 때, 동전 A가 회전한 횟수를 구하시오. (단, 경로는 반지름이 $2r$ 인 반원과 반지름이 r 인 사분원들로 이루어져 있다.)



[87~88] 원주 위에 n 개의 임의의 점이 있다. 이 점을 서로 연결하여 만든 모든 대각선에 의해 분할되는 영역의 개수를 $f(n)$ 이라고 하자. 다음 물음에 답하시오. (단, 원 내부의 어느 교점도 세 개 이상의 대각선이 한 점을 지나지 않는다.)



$$f(4) = 8$$



$$f(5) = 16$$



$$f(6) = 31$$



$$f(6) = \times$$

87. 서로 다른 n 개 중에서 중복을 허락하지 않고, 순서에 상관없이 r 개를 선택할 때, 이것을 $\|n, r\|$ 로 약속하자. 예를 들어, 원주 위의 n 개의 점에 의해 만들어진 대각선의 총 개수는 원주 위의 n 개의 점에서 서로 다른 2개의 점을 선택하는 경우의 수와 같으므로, $\|n, 2\|$ 로 표현할 수 있다. 원 내부에 모든 대각선으로 만들어진 교점의 총 개수를 구하시오.



<경우의 수>

‘이산수학(discrete mathematics)’의 첫걸음, 경우의 수

수학 교과 학습을 통해, 도형의 방정식, 함수 등 주로 매끄럽게 이어진 그래프를 이용하여 대수적인 문제(방정식이나 부등식)를 해결하는 방법을 공부해 보았을 것이다. 즉, 연속성이 보장되어 있는 실수라는 마당(field) 위에서 뛰어 놀았던 것이다. 반면, 이 단원은 자연수라는 이산(discrete)적 무대 위에서 펼쳐지는 이야기이다.

실수(real number)와 대조되는 자연수(natural number)의 가장 큰 특징은 무엇일까?

‘셀 수 있는가?(countable)’

쉽게 말해 1과 3 사이엔 셀 수 없을 만큼 무수히 많은 실수가 있다. 반면 1과 3 사이에 있는 자연수는 2 뿐이다. 이런 이유로 자연수를 무대로 하여 수학적 이야기를 전개할 때는

‘특정한 조건을 만족시키는 배열이 존재할까? 만약 존재한다면 몇 개나 존재할까?’

라는 문제가 주요한 화제가 된다. 다른 단원에 비해 일반화하기 어렵고 그때 그때 상황에 맞게(case by case) 직접 세어보는 것 외엔 딱히 방법이 없는 경우가 많다. 실수 위에서 뛰놀며 연역적인 논리로 퍼즐을 딱딱 맞추는 듯한 과정에 익숙해진 학생들은 ‘이런 게 무슨 수학이예요.’ 라고 불평할지도 모르겠다. 하지만, 이러한 사고 방식 또한 수학을 구성하는 중요한 요소이며, 이산수학(discrete mathematics)이라 한다.

이산수학은 왜 배울까?

컴퓨터가 이진법에 바탕을 두고 있다는 사실은 다들 알고 있을 것이다. 즉, 컴퓨터는 ‘0과 1’, ‘on과 off’, ‘있다와 없다’ 등 이산적인 것만을 이해할 수 있다. 그렇다면 컴퓨터를 조종하는 프로그램이 모두 이산적인 알고리즘에 의존함은 당연하다. 우리의 생활이 컴퓨터에 많이 의존할수록 이산수학의 중요성은 점점 더 커진다. 또한 이산수학은 정해진 틀을 따르기보다 문제의 상황에 따라 독특한 센스를 요구하는 경우가 많다. 쉽게 말해 이산수학을 공부하다보면 자연스레 임기응변에 강해지고 일상생활 속에서 합리적인 판단을 내릴 때에도 많은 도움이 된다. 학문적으로 살펴보더라도 이산수학은 확률, 경제학, 생물학, 화학, 정보통신이론 등에 널리 활용된다.



17. 창희네 집은 새로운 아파트로 이사를 하게 되었다. 이삿짐을 쌀 때 10개의 서로 다른 상자 안에 들어갈 수 있는 물건의 적정용량(질량)을 10kg 으로 정하였다. 상자 안에 넣어야 할 물건은 총 15개이고 물건의 질량은 각각 차례대로 7, 8, 3, 5, 7, 2, 1, 4, 7, 3, 5, 4, 8, 5, 3이다. (단, 질량의 단위는 kg 이다.)

(1) 창희는 다음 규칙에 따라 물건을 상자 안에 넣으려고 한다. 이 때, 10kg 의 용량을 다 채우지 못한 상자 와 빈 상자는 각각 모두 몇 개인지 구하시오.

규칙 1 : 위에 나열한 질량의 순서대로 상자에 넣는다.

규칙 2 : 다음 물건을 이전에 사용한 상자 중 가능한 가장 제일 앞의 상자에 넣을 수 있으면 넣고, 불가능하면 새로운 상자에 넣는다.

규칙 3 : 모든 물건을 넣을 때까지 위의 과정을 반복한다.

(2) 서로 다른 10개의 상자를 3개, 3개, 4개씩 자동차, 화물차, 승합차에 나눠 실으려고 할 때, 빈 상자가 모두 같은 차에 싣고 가는 방법의 수를 구하시오. (단, 상자의 질량은 고려하지 않는다.)

42. 여덟 명의 사람이 각각 4장의 카드를 가지고 일렬로 서서 시합을 하고 있다. 각 라운드에 적용되는 규칙은 다음과 같다. 첫 번째 사람은 나머지 카드가 쌓인 텍으로부터 가장 위에 놓인 카드를 자신에게 가져온 뒤 절반의 확률로 두 가지 행동 중 한 가지를 선택한다.

① 가져온 카드를 다음 사람에게 넘긴다.

② 가져온 카드를 자신이 갖고, 자신이 가지고 있던 카드 중에서 한 장을 다음 사람에게 넘긴다. (단, 한 장의 카드가 선택될 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.)

두 번째 사람부터 일곱 번째 사람은 첫 번째 사람과 같이 두 가지 행동 중 한 가지를 한다. 마지막 여덟 번째 사람은 자신의 카드 중 하나의 카드를 버리고, 버려진 카드는 시합에 사용할 수 없다. 어느 한 사람이 같은 숫자의 서로 다른 모양 카드 4장을 모으면 우승하게 된다.

시합의 중간, 여덟 번째 사람은 우승하기 위해 클로버 에이스가 필요하다. 이 라운드의 시작에 첫 번째 사람은 쌓여있는 텍에서 클로버 에이스를 뽑았고, 이때 다섯 번째 사람은 클로버 에이스를 가지고 있다. 그 외의 클로버 에이스는 이미 버려진 상태이다. 여덟 번째 사람이 우승할 확률이 $\frac{m}{n}$ 일 때, $100m + n$ 을 구하시오. (단, m, n 은 서로 소인 자연수이다.)



44. CNI 창 의 사고력 대회에 A학급 학생 3명, B학급 학생 3명, C학급 학생 2명이 참가 신청하였다. 그림과 같이 두 분단, 네 줄의 좌석에 다음 <조건>을 만족시키도록 학생 8명을 배정하는 방법의 수를 구하시오.

<조건>

- (1) 같은 줄의 바로 옆에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.
- (2) 같은 분단의 바로 앞뒤에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.
- (3) 같은 학급 학생을 같은 분단에 배정할 경우 학급 번호가 작을수록 교탁에 가까운 자리에 배정한다.

		교탁	
		1 분단 ↓	2 분단 ↓
첫째 줄	→	<input type="text"/>	<input type="text"/>
둘째 줄	→	<input type="text"/>	<input type="text"/>
셋째 줄	→	<input type="text"/>	<input type="text"/>
넷째 줄	→	<input type="text"/>	<input type="text"/>

[57~58] 조이랜드는 강원도 폐광지역 발전을 위해 합법적으로 설립된 국내 유일 내국인 출입 가능 성인 게임 시설이다. 얼마 전 조이랜드에 새로운 게임기기 B&B가 입고되었다. B&B의 사용 방법이 다음과 같을 때, 물음에 답하시오.

[B&B의 사용 방법]

- ① B&B를 사용하기 위해서는 코인이 필요한데, 코인은 10,000원 당 1개로 코인 교환기에서 언제든지 교환이 가능하다. 코인은 조이랜드를 나갈 때 출구에서 1개 당 10,000원으로 다시 교환이 가능하다.
- ② [Ball] 부분에는 1부터 n 까지 모든 자연수가 한 번씩 쓰인 n 개의 공이 들어 있다.
- ③ [Box] 부분에는 k 개의 상자가 놓여 있다.
- ④ [Ball] 부분에 있는 n 개의 공을 꺼내어 각 상자에 들어 있는 공에 쓰인 수를 합한 값이 모두 같도록 [Box] 부분에 있는 k 개의 상자에 나누어 담으면 게임에서 승리할 수 있다. 여기서 공을 꺼내기 위해서는 코인 3개를 B&B의 코인 입구에 넣고 [Start] 버튼을 눌러야 하며, 게임에서 승리할 때마다 코인 출구에서 코인 5개를 획득할 수 있다.

(예) 코인 3개를 B&B의 코인 입구에 넣고 [start] 버튼을 누른 다음 1, 2, 3 세 수가 쓰인 공들을 꺼내어 2개의 상자에 나누어 담았을 때, {1, 2}, {3}과 같이 담으면 코인 출구에서 코인 5개를 획득할 수 있다.
- ⑤ 한 번 상자에 담았던 공은 반드시 [Ball] 부분에 넣은 후 코인 3개를 B&B의 코인 입구에 넣고 새롭게 [Start] 버튼을 눌러 다시 꺼내어 상자에 다시 나누어 담을 수 있다.
- ⑥ 더 이상 승리 조건에 맞게 공을 상자에 나누어 담을 수 없는 상황이 되면 [Start] 버튼 대신 [End] 버튼을 눌러 게임을 끝낼 수 있다.
- ⑦ 자연수 n 과 k 는 맨 처음 [start] 버튼을 누를 때 자동으로 결정되며, [End] 버튼을 누르고 다시 [start] 버튼을 누르기 전까지 변하지 않는다.



[65~66] A와 B는 검은 말과 흰 말을 이용하여 3×3 체스판에서 게임을 한다. 이게임의 규칙은 다음과 같다.

- ① A와 B는 번갈아 가며 빈 칸에 말을 하나씩 둘 수 있으며, 이때 검은 말 또는 흰 말을 선택할 수 있다.
- ② 9번을 시행하여 3×3 체스판의 모든 칸에 말이 다 채워지면 게임은 종료된다.

게임 종료 후 점수계산은 다음과 같다.

- ① A는 각 행, 각 열, 각 대각선마다 검은 말이 짝수 개 있으면 1점씩 얻는다. (0은 짝수로 본다.)
- ② B는 각 행, 각 열, 각 대각선마다 검은 말이 홀수 개 있으면 1점씩 얻는다.
- ③ 전체 8점 중 5점 이상을 얻은 사람이 승리한다.

게임의 규칙과 점수계산방법을 바탕으로 다음의 물음에 답하시오.

65. A와 B가 무승부가 되었을 때의 결과를 아래 3×3 체스판에 나타내시오.



17. 자연수 1, 2, 3, ..., 2019의 순서를 바꾸어 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2019}$ 라 할 때, 다음 수는 항상 짝수임을 증명하시오.

$$P = |(a_1 - 1) \times (a_2 - 2) \times (a_3 - 3) \times \dots \times (a_{2019} - 2019)|$$

18. 어떤 수를 7로 나눈 나머지가 1, 9로 나눈 나머지가 2, 11로 나눈 나머지가 3이다. 어떤 수로 가능한 수 중 가장 작은 수를 구하시오.



33. $S(n)$ 을 n 의 각 자리 숫자들의 합이라고 하자. 다음 물음에 답하시오.

(1) $n = \underbrace{33 \cdots 33}_{10\text{개}}$ 일 때, $S(n^2)$ 을 구하시오.

(2) $a = \underbrace{11 \cdots 11}_{k\text{개}}$ 이고 $b = \underbrace{99 \cdots 99}_{10\text{개}}$ 이다. 이때, $\frac{a}{b}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하고, $S\left(\frac{a}{b}\right)$ 의 값을 구하시오.

43. 정수 N 은 37부터 163까지 연속하는 홀수들의 합이다. 다음 물음에 답하시오.

(1) N 의 값과 N 의 약수의 개수를 구하고, 그 과정을 설명하시오.

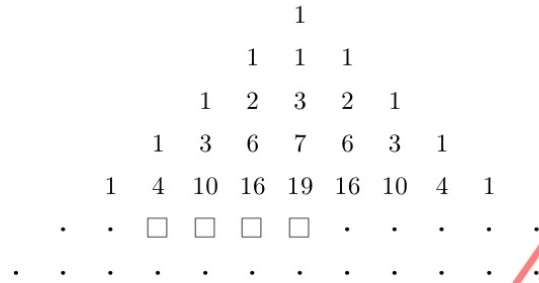
(2) N 의 약수 d 에 대하여 모든 $\frac{N}{d^2 + N}$ 꼴의 합을 구하고, 그 과정을 설명하시오.

47. 방정식 $x^2 - 3x + 3 = 0$ 을 $x = \alpha$ 로 놓을 때, 이러한 α 와 양의 정수 n , 그리고 실수 k 가 $\alpha^{2021} = k\alpha^n$ 을 만족한다고 한다. 이러한 n 의 최솟값과 그때의 k 의 값을 구하시오.

48. 1부터 2021까지 번호가 붙여진 2021개의 전구가 있다. 처음 모든 전구는 불이 꺼진 상태이고, 스위치를 누를 때마다 전구의 불은 꺼짐과 켜짐이 반복된다. 자연수 k 에 대하여 어떤 시행 A_k 는 전구 번호가 k 의 배수인 전구들의 스위치를 누른다. 자연수 $k = 1, 2, \dots, 2021$ 에 대하여 A_k 를 순서대로 한 번씩 시행할 때, 마지막에 켜져 있는 전구의 개수를 구하시오.



53. 그림은 일정한 규칙에 의한 자연수들의 배열로 이루어진 삼각형이다. 6번째 행의 빈칸에 들어갈 숫자들의 합을 구하여라. 또한, 3번째 행부터 각 행에 적어도 하나의 짝수가 있음을 설명하시오.



79. 어떤 자연수 a 에 대하여, $\frac{1}{a}$, $\frac{3}{a}$, $\frac{5}{a}$, $\frac{7}{a}$, $\frac{9}{a}$, $\frac{11}{a}$ 을 각각 순환소수로 나타내면 다음과 같다. 다음 물음에 답하시오.

$\frac{1}{a} = 0.\dot{0}7692\dot{3}$	$\frac{3}{a} = 0.\dot{2}3076\dot{9}$	$\frac{5}{a} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$	$\frac{7}{a} = 0.\dot{5}3846\dot{1}$	$\frac{9}{a} = 0.\dot{6}9230\dot{7}$	$\frac{11}{a} = 0.\dot{8}4615\dot{3}$
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------

(1) 주어진 순환소수를 이용하여 40을 a 로 나눈 나머지를 구하시오.

(2) 주어진 순환소수를 이용하여 2000을 a 로 나눈 나머지를 구하시오.



[11~12] 2부터 30까지 짝수들의 약수가 다음과 같이 주어져 있다. 다음 물음에 답하시오.

	약수		약수		약수
2	1, 2	12	1, 2, 3, 4, 6, 12	22	1, 2, 11, 22
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14	24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16	26	1, 2, 13, 26
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18	28	1, 2, 4, 7, 14, 28
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 4, 5, 10, 20	30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

11. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 를 구하시오. 또한, 약수표만을 활용하여, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 를 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, $a < b < c$ 이다.)



20. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수라 하고,

또한 $f(x) = [2^{10}x]$, $g(x) = [x]$, $h(x) = 2^{-10}x$ 이라고 정의하자. 다음과 같은 규칙을 다룰 때 아래 물음에 답하시오.

- i) 처음 B 값은 $f(a)$ 를 대신하고 A 값은 0으로 한다.
- ii) 그 다음 순차적으로 A 가 $A+B$ 를 대신하고, $g(\frac{B}{2})$ 가 B 를 대신하는 시행을 1회 시행으로 정한다.
- iii) ii)의 동작을 $B < 1$ 일 때까지 반복 시행한다.

(1) $a = \frac{1}{10}$ 일 때, $f(a)$ 를 구하시오.

(2) $a = \frac{1}{10}$ 일 때, 3회 시행 후의 A, B 를 구하시오.

(3) 시행이 멈춘 후의 총 시행횟수와 $h(A)$ 를 구하시오.



[32~33] 다음의 물음에 답하시오.

32. 어떤 중학교의 남학생의 키의 평균은 174cm 이고, 여학생의 키의 평균은 161cm, 전체 학생의 키 평균은 166cm 이다. 이 학교에서 남학생 수와 여학생 수의 비를 구하시오.

33. 다음은 중학교의 A , B 두 학교의 남녀 학생들이 치른 수학 시험 성적의 '평균'을 나타낸 표이다. 두 학교의 남학생 전체의 수학 성적 평균을 구하시오.

구분	남학생	여학생	전체
A 학교	71	76	74
B 학교	81	90	84
전체		84	



[55~56] 다음은 어느 공장에서 만드는 물건에 대한 정보이다.

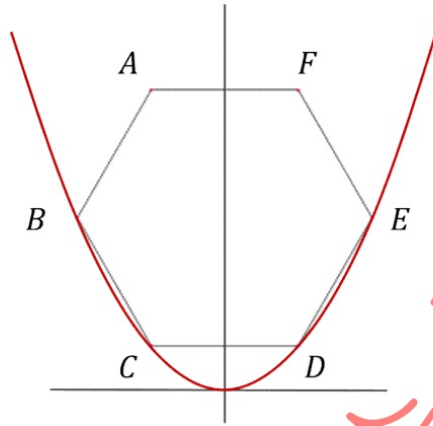
구분		물건 A	물건 B
재료	구리	800 g	400 g
	주석	200 g	800 g
이익		30,000 원	30,000 원

이 공장은 구리 100 kg, 주석 80 kg을 보유하고 있다. 물건 A와 물건 B를 팔아 최대의 이익을 얻으려고 할 때 다음 물음에 답하시오.

55. 물건 A의 개수를 x , 물건 B의 개수를 y 라고 할 때 x, y 가 만족해야 하는 조건을 식으로 나타내시오.



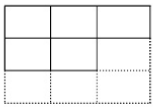
69. 다음과 같이 이차함수 $y = ax^2$ 안에 한 변의 길이가 4인 정육각형 $ABCDEF$ 의 4개의 점 B, C, D, E 가 접하고 있다.



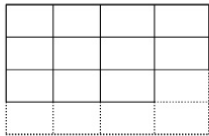
- (1) $y = ax^2$ 에서 a 의 값을 구하시오.

- (2) 점 P(정육각형의 중심)을 지나는 직선 $y = mx - n$ 이 사각형 ABCF의 넓이를 이등분할 때, $m + n$ 의 값을 구하시오.

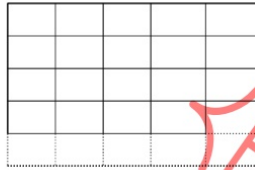
70. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형의 각 변을 각각 3등분하여 9개의 정사각형으로 나누고 가장 밑에 있는 한 줄의 모든 정사각형 바로 윗줄의 오른쪽 끝에 있는 정사각형 1개를 빼낸 도형 A_1 의 넓이를 a_1 이라 하자. 그리고 한 변의 길이가 4인 정사각형의 각 변을 각각 4등분하여 16개의 정사각형으로 나누고 가장 밑에 있는 한 줄의 모든 정사각형들과 바로 윗줄의 오른쪽 끝에 있는 정사각형 1개를 빼낸 도형 A_2 의 넓이를 a_2 라 하자. 이와 같이 자연수 n 에 대하여 한 변의 길이가 $n+2$ 인 정사각형의 각 변을 각각 $n+2$ 등분하여 $(n+2)^2$ 개의 정사각형으로 나누고 가장 밑에 있는 한 줄의 모든 정사각형들과 바로 윗줄의 오른쪽 끝에 있는 정사각형 1개를 빼낸 도형 A_n 의 넓이를 a_n 이라 한다. a_n 을 구하시오. (대수)



A_1



A_2



A_3

.....

A_n